

Análise Numérica do Modelo Direto e da Inversão Gravimétrica 3D

Érico Tenório França, UFPA, Brasil, Cristiano M. Martins, UFPA, Valéria C. F. Barbosa, ON, Brasil.

Copyright 2013, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica

This paper was prepared for presentation during the 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society held in Rio de Janeiro, Brazil, August 26-29, 2013.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of the Brazilian Geophysical Society is prohibited.

Abstract

We present a numerical characterization of the ambiguity involved in the relationship gravimetric source signal, showing that different mass distributions in the same volume can produce almost the same signal gravimetric. Additionally, we characterize numerically whereas the degree of ambiguity can not depend on source geometry. We present a new numerical method able to evaluate the effectiveness of the regularized inversion gravimetric estimation of a feature of the deep relief of the basement of sedimentary basins. Presumably decrease the density contrast with depth in sedimentary basins. The proposed method for evaluating the efficacy of gravity regularized inversion attempts to answer two questions: (1) "The gravimetric regularized inversion is able to solve a small oscillation in the relief of the basement at a certain depth" and (2) "What is the smallest volume of a feature in the relief of the basement that can be solved?". For this direct model was established by calculating the gravity anomaly of sedimentary basins simulated with relief basement characterized by three-dimensional surfaces sinusoidal varying in amplitude and frequency and whose occurrence is simulated at different average depths. The inversion was applied to the modeled gravity anomalies to estimate the volumes of relief features of the basement simulated. Was employed Tikhonov regularization of first order to simultaneously introduce stability and impose a smooth character to the solution estimated by inversion. From the results of the different inversions proceeded to analyze the effectiveness of the numerical inversion. In interpreting these data it was possible to establish a criterion of evaluation to stipulate that the lowest volume feature of the basement at an average depth, with a certain density contrast, can be recovered from a set of gravity data.

Introdução

A interpretação gravimétrica sofre com a inerente perda de resolução nos dados gravimétricos causada pela distância da fonte ao receptor, Li (2001) apresenta uma análise numérica da resolução vertical. Essa perda de resolução pode levar à impossibilidade da recuperação de detalhes de feições de fontes geológicas profundas.

Mesmo fazendo uso do método de Regularização de Tikhonov (TIKHONOV; ARSENIN, 1977) para a obtenção de soluções únicas e estáveis em problemas inversos gravimétricos, a perda de resolução em profundidade é inevitável. Backus e Gilbert (1968; 1970), estudando a unicidade de problemas inversos, produziram estimativas da resolução dos dados e mostraram o importante compromisso entre a resolução dos dados e a estabilidade da solução (GREEN, 1975). Para compreender a definição de resolução é preciso distinguir entre a "resolução verdadeira" e a "resolução demandada" (SILVA et al., 2010). A primeira é a menor feição da fonte geológica capaz de ser recuperada pelos dados geofísicos. Por outro lado, a resolução demandada, é a resolução que o geofísico espera dos Presumindo-se uma determinada função dados. regularizadora (função estabilizante) e um determinado peso para esta função (valor atribuído ao parâmetro de regularização de Tikhonov) podemos obter uma solução única e estável. Porém, note que um peso pequeno atribuído a função regularizadora aumenta a resolução demandada, mas também aumenta substancialmente a instabilidade da solução estimada. Por outro lado, um peso grande atribuído à função regularizadora estabiliza a solução, mas reduz a resolução demandada. A instabilidade aparece quando a resolução demandada torna-se maior que a resolução verdadeira que pode ser interpretada como uma tentativa de extrair mais informações dos dados do que é fisicamente possível. Desta forma, dado uma função regularizadora que estabiliza a solução uma importante pergunta para o interprete é: "Qual é a menor oscilação no relevo do embasamento possível de se recuperar?".

Metodologia

Modelo direto

Considere uma bacia sedimentar cujo contraste de densidade $\Delta \rho$ entre os sedimentos e o embasamento diminui com a profundidade *z*, e presumidamente pode ser representado pela lei parabólica (RAO et al., 1994)

$$\Delta \rho(z) = \frac{\Delta \rho_0^3}{(\Delta \rho_0 - \alpha z)^2},$$

(1) sendo $\Delta \rho_0$ o contraste de densidade na superfície da Terra expresso em g/cm^3 e α um fator que controla o grau de decaimento do contraste de densidade com a profundidade z, expresso em g/cm^3 . km.

A anomalia gravimétrica desse modelo geológico pode ser obtida através da discretização do pacote sedimentar em Μ $(M = mx \times my)$ prismas retangulares tridimensionais verticais justapostos de dimensões horizontais $dx \in dy$, sendo $mx \in my$ o número de primas oeste-leste, direções sul-norte nas x е y respectivamente. Neste modelo, fixando-se o topo dos prismas na superfície da Terra (z = 0,0 km), a espessura p_j dos M prismas coincide com a profundidade do embasamento da bacia em M pontos, sendo p_j um elemento do vetor de parâmetros p (p_j , j = 1, ..., M). A *i*ésima componente vertical do campo gravitacional teórico g_i calculada no *i*-ésimo ponto de observação (x_i, y_i, z_i) é obtida pela soma das contribuições gravimétricas dos M prismas,

$$g_i(x_i, y_i, z_i) = \sum_{i=1}^{M} f_i(p_j).$$
(2)

A função $f_i(p_j) \equiv f_i$ é a contribuição gravitacional de um único prisma de espessura p_i e pode ser escrita como,

$$f_{i} = \gamma \int_{0}^{p_{j}} \int_{y_{0j}-dy_{2}}^{y_{0j}+dy_{2}} \int_{x_{0j}-dy_{2}}^{x_{0j}+dy_{2}} \frac{\Delta \rho_{0}^{3}}{(\Delta \rho_{0} - \alpha z_{j}')^{2}}.$$

$$\frac{z_{i} - z_{j}'}{\left[\left(x_{i} - x_{j}'\right)^{2} + \left(y_{i} - y_{j}'\right)^{2} + \left(z_{i} - z_{j}'\right)^{2}\right]^{3/2}} dx_{j}' dy_{j}' dz_{j}',$$

sendo γ a constante gravitacional de Newton, (x'_j, y'_j, z'_j) as coordenadas de prisma elementar de volume infinitesimal dentro do *j*-ésimo prisma e x_{0j} e y_{0j} as coordenadas horizontais do centro do *j*-ésimo prisma. Neste trabalho foi utilizada a solução fechada apresentada por Chakravarthi e Raghuram (2002).



Figura 1: Modelo interpretativo de prismas retangulares tridimensionais verticais justapostos. Em destaque um prisma com as dimensões horizontais $dx \times dy$ e espessura p_j e a medida da anomalia gravimétrica $g_i(x_i, y_i, z_i)$ nas mesmas coordenadas horizontais $x \in y$ do centro do *j*-ésimo prisma.

Problema inverso

A estimativa do vetor p contendo a profundidade do embasamento em M pontos pode ser obtida via inversão gravimétrica a partir da anomalia gravimétrica observada g^o . Estes vetores $p \in g^o$ estão relacionados através da relação não linear dada pela equação 2. Por simplicidade interpolamos os dados gravimétricos observados em uma malha regular de M pontos e posicionamos as coordenadas horizontais do centro dos M prismas, que compõe o modelo interpretativo, coincidentes com as posições das observações. O problema inverso não linear de estimar p a partir de g^o pode ser obtido pela minimização, em relação a p, do funcional,

$$\phi^{g} = \frac{1}{M} \| \boldsymbol{g}^{o} - \boldsymbol{g}^{c} \|_{2}^{2}.$$
(4)

No funcional do ajuste ϕ^g , equação 4, se calcula via norma euclidiana (denotada por $\|\cdot\|_2$) o quadrado das diferenças entre os vetores das observações g^o e das anomalias ajustadas g^c , e o *i*-ésimo elemento de g^c contem a anomalia gravimétrica calculada no *i*-ésimo ponto de observação (equação 2). Incorporamos a informação geológica a priori de que o relevo do embasamento é suave introduzindo no problema inverso o regularizador de Tikhonov de primeira ordem (TIKHONOV; ARSENIN, 1977) para a estimação do vetor *p*. Este regularizador impõe que a diferença das espessuras de prismas adjacentes seja mínima. Assim, formulamos o problema inverso vinculado de estimar o vetor *p* através da minimização de:

$$\phi^s = \| \boldsymbol{R} \boldsymbol{p} \|_2^2, \tag{5}$$

sujeito a

$$\phi^g = \delta^2 \,, \tag{6}$$

em que δ^2 é uma estimativa do erro médio quadrático da contaminação de ruído nas observações. No funcional (5) \mathbf{R} é uma matriz ($L \times M$) que representa o operador discreto de primeiras derivadas. A solução deste problema inverso vinculado é obtida pela minimização do funcional de suavidade ϕ^s sujeito a explicar os dados observados, funcional do ajuste ϕ^g , a partir da minimização do funcional não vinculado:

$$\Gamma(\boldsymbol{p}) = \phi^g + \mu_s \phi^s \,, \tag{7}$$

sendo μ_s um escalar não negativo que controla o peso do funcional ϕ^s na solução estimada, conhecido como parâmetro de regularização. Para se obter a solução do problema de minimizar a função-objeto (equação 7) utilizamos o método de Gauss-Newton aplicando a estratégia de Marquardt.

Análise no Modelo Direto

Considere bacias sedimentares com relevo do embasamento caracterizado por ondas senoidais tridimensionais de semi-amplitude a à profundidade média z_m . O relevo do embasamento é discretizado em M pontos com profundidades iguais as espessuras dos Mprismas do vetor de parâmetros p (Figura 1). A espessura do *j*-ésimo prisma no ponto (x_i, y_i) é dada por:

$$p_{j}(x_{j}, y_{j}) = z_{m} + a \left[sen\left(\frac{x_{j}}{C_{x}}\right) sen\left(\frac{y_{j}}{C_{y}}\right) \right],$$
(8)

sendo $C_x = u_x/2\pi f$ e $C_y = u_y/2\pi f$, u_x e u_y comprimento da bacia nas direção horizontais x e y, respectivamente, e f o número de ondas senoidais inteiras que cabem em cada direção horizontal. Podemos delinear diferentes superfícies senoidais selecionando diferentes valores para as variáveis a, $f \in z_m$.

Simulamos dois modelos de bacias sedimentares que se assemelham a um tronco de pirâmide invertido, com bordas em rampa. A diferença entre esses dois modelos é o relevo do embasamento ser simples ou complexo. O relevo simples tem base plana e horizontal à profundidade de 4,5 km (Figura 2a). O relevo complexo é definido pela equação 8, sendo f = 2, a = 3,0 km e $z_m = 4,5 km$ (Figura 2b). Nestas bacias simuladas o contraste de densidade entre o sedimento e o embasamento decai com a profundidade segundo lei parabólica (equação 1) definida pelo par $\Delta \rho_0 e \alpha$ de valores, $-0.4 \text{ g/cm}^3 e 0.3 g. cm^3/km$, respectivamente. Calculamos a anomalia gravimétrica no plano horizontal $z_o = 5,0 \times 10^{-4} km$ em uma malha regular espaçada de 1,0 km, com 50 × 50 pontos, nas direções horizontais x e y. A Figura 2 mostra em superfície estes dois exemplos de relevo do embasamento de bacias (Figura 2a e 2b) e em mapas de contorno de suas correspondentes anomalias gravimétricas (Figura 3a e 3b).



Figura 2: (a) Vista em perspectiva do relevo de bacia simples – seção de pirâmide invertida com base plana à profundidade 4,5 km. (b) Vista em perspectiva do relevo de bacia complexa – seção de pirâmide invertida com base senoidal (f = 2, $a = 3,0 \text{ km} \text{ e } z_m = 4,5 \text{ km}$, equação 8). Em (a) e (b) a escala no eixo z está exagerada em relação aos eixos x e y.

Para cada modelo foi realizado um mapeamento discreto no plano $\Delta \rho_0 \times \alpha$ da norma Euclidiana da diferença entre os vetores intensidade da anomalia gravimétrica *g* e *g*^{*},

$$\psi = \frac{1}{M} \| \boldsymbol{g}(\Delta \rho_0, \alpha) - \boldsymbol{g}^*(\Delta \rho_0^*, \alpha^*) \|_2^2 , \qquad (9)$$

sendo *g* a anomalia gravimétrica de um dos modelos de bacia (Figura 3c e 3d), com o par $\Delta \rho_0$, α original ($\Delta \rho_0 =$ -0.4 g/cm³e $\alpha = 0.3$ g/cm³.km), e g* é a anomalia gravimétrica produzida pelo mesmo modelo, no entanto utilizando-se diferentes valores de $\Delta \rho_0^*$ e α^* selecionados no mapeamento discreto de ψ . Para um modelo de bacia, o procedimento de mapeamento de ψ permite uma avaliação visual de pares $\Delta \rho_0^*$, α^* capazes de produzir mesma anomalia gravimétrica que a gerada com o par $\Delta \rho_0$, α original, caracterizando numericamente que diferentes distribuições de massa para um mesmo volume podem reproduzir praticamente o mesmo sinal gravimétrico.



Figura 3: (a) Anomalia gravimétrica produzida pela bacia mostrada em 2a. **(b)** Anomalia gravimétrica produzida pela bacia mostrada em 2b.

A Figura 4 mostra em linhas azuis contínuas e escala de cinza o mapeamento discreto no plano $\Delta \rho_0 \times \alpha$ obtido com o modelo de relevo simples e em linhas vermelhas tracejadas o mapeamento discreto obtido com o modelo de relevo complexo. Note que são obtidos mapeamentos virtualmente idênticos para ambos os relevos, caracterizando numericamente que o grau de ambiguidade não depende da geometria utilizada para a fonte.



Figura 4: Mapas de contorno do plano $\Delta \rho_0 \times \alpha$ do funcional ψ (equação 9). Em azul continuo e escala de cinza o mapeamento referente ao modelo de relevo simples e em vermelho tracejado ao modelo de relevo complexo. Os valores de $\Delta \rho_0$ variam de -0.7 a

 $-0.1 \ g/cm^3$ com incremento de 0,015 g/cm^3 . Os valores de α variam de 0,05 a 0,55 g/cm^3 . km com incremento de 0,0125 g/cm^3 . km. A cruz em vermelho destaca o par original $\Delta \rho_0$, α de valores $-0.4 \ g/cm^3$ e $0.3 \ g/cm^3$. km, respectivamente.

Análise no Problema Inverso

Simulamos diferentes relevos do embasamento. semelhantes ao mostrado na Figura 2b. de bacias sedimentares selecionando diferentes valores para as variáveis $a, f \in z_m$. Selecionamos valores que variam de: 1 a 6, com incremento de 1, para o número de ondas f; 0,5 a 2,0 km, com incremento de 0,5 km, para a semiamplitude $a \in 4,5$ a 7,5 km, com incremento de 1 km, para a profundidade média z_m . Nestas bacias simuladas o contraste de densidade entre o sedimento e o embasamento decai com a profundidade segundo lei parabólica (equação 1) definida pelo par $\Delta \rho_0$ e α de valores, $-0.4 \text{ g/cm}^3 = 0.05 \text{ g/cm}^3 \text{ km}$, respectivamente. Em todos os relevos simulados a região contendo a superfície senoidal é composta por 32 × 32 prismas de dimensões horizontais 1.0 km.

Aplicamos a inversão gravimétrica a cada um dos dados gravimétricos calculados de bacias com diferentes triplas de variáveis $a, f \in z_m$. Os dados gravimétricos calculados não foram corrompidos com ruído.

A fim de caracterizar numericamente o menor volume de uma feição do relevo senoidal recuperável via inversão gravimétrica, plotamos um gráfico número de ondas *f* versus ajuste ϕ^g (equação 4). Na Figura 5 mostra dois gráficos $f \times \phi^g$, cada gráfico corresponde a uma profundidade média z_m distinta e as diferentes curvas estão relacionadas a diferentes semi-amplitudes *a*.



Figura 5: Gráficos número de ondas f versus ajuste ϕ^g , cada gráfico corresponde a distintas profundidades

médias e as curvas plotadas correspondem a diferentes semi-amplitudes. Os pontos A, $B \in C$ destacam a mudança de tendência nos valores do ajuste.

Cada ponto na curva associa um valor de número de ondas f do relevo do embasamento ao respectivo valor de ajuste ϕ^g . Adicionalmente, cada ponto seleciona uma tripla de variáveis a, f e z_m e, portanto, corresponde a uma inversão.

A partir dessa análise do comportamento do ajuste selecionamos três pontos *A*, *B* e *C* na Figura 5. Os pontos *A* selecionam a frequência anterior ao ponto de máximo da curva $f \times \phi^g$. Os pontos *B* selecionam a frequência do ponto de máximo da curva $f \times \phi^g$. Os pontos *C* selecionam a frequência seguinte a do ponto de máximo da curva $f \times \phi^g$. A inspeção dos relevos estimados de cada tripla de variáveis *a*, *f* e *z*_m permite associar os pontos *A*, *B* e *C* a três casos distintos quanto à eficácia da inversão gravimétrica.

<u>Caso 1</u>

Na Figura 5 o ponto *A* corresponde a tripla de valores: f = 2, $a = 2,0 \ km \ e \ z_m = 6,5 \ km$. A Figura 6a mostra em superfície o relevo do embasamento simulado e a Figura 6b mostra o relevo estimado via inversão dos dados gravimétricos (não mostrados).



Figura 6: (a) Vista em perspectiva da superfície do relevo do embasamento simulado (verdadeiro); **(b)** Vista em perspectiva da superfície relevo do embasamento estimado via inversão dos dados gravimétricos produzidos pelo relevo apresentado em (a);

<u>Caso 2</u>

Na Figura 5 o ponto *B* corresponde a tripla de valores: f = 3, a = 2,0 km e $z_m = 6,5 km$. A Figura 7a mostra em superfície o relevo do embasamento simulado e a Figura 7b mostra o relevo estimado via inversão dos dados gravimétricos (não mostrados).

Caso 3

Na Figura 5 o ponto *C* corresponde a tripla de valores: f = 4, $a = 2,0 \ km \ e \ z_m = 6,5 \ km$. A Figura 8a mostra em superfície o relevo do embasamento simulado e a Figura 8b mostra o relevo estimado via inversão dos dados gravimétricos (não mostrados).



Figura 7: (a) Vista em perspectiva da superfície do relevo do embasamento simulado (verdadeiro); **(b)** Vista em perspectiva da superfície relevo do embasamento estimado via inversão dos dados gravimétricos produzidos pelo relevo apresentado em (a);



Figura 8: (a) Vista em perspectiva da superfície do relevo do embasamento simulado (verdadeiro); **(b)** Vista em perspectiva da superfície relevo do embasamento estimado via inversão dos dados gravimétricos produzidos pelo relevo apresentado em (a);

Podemos notar, qualitativamente, que a inversão gravimétrica conseguiu recuperar as feições senoidais com boa estimativa do volume destas feições do relevo verdadeiro para o Caso 1. No Caso 2, essa estimativa subestima as amplitudes das feições, porém, a inversão recupera a localização das bordas horizontais das feições. No Caso 3, a inversão não conseguiu recuperar o volume e nem a localização das bordas horizontais das feições do relevo verdadeiro, no entanto, conseguiu boa estimativa da profundidade média. Assim, caracterizamos que o Caso 1 corresponde ao menor volume de uma feição do relevo senoidal recuperável via inversão gravimétrica, mas, o volume ainda menor do Caso 2 permite ao menos recuperar as bordas das feições.

Simulação da Bacia do Parnaíba

Aplicamos o procedimento de avaliação do menor volume de uma feição senoidal recuperável via inversão gravimétrica em modelos que simulam a geologia da Bacia do Parnaíba, construídos a partir de dados sísmicos e de poço.

Seção Sísmica

Para a simulação de um modelo de bacia sedimentar com relevo do embasamento semelhante ao relevo da Bacia do Parnaíba, utilizamos a linha sísmica 0295_0009 e o poço 1-FL-1-P1 ambos do Projeto 0295_ANP_2D_ PARNAIBA da Agencia Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP).



Figura 9: Linha sísmica 0295_0009 com interpretação feita por Pinheiro (2011), em linha vermelha o refletor associado ao relevo do embasamento.

A partir da seção sísmica selecionamos uma feição com forma semi-senoidal no refletor associado ao embasamento, delimitada pela região X. A semiamplitude *a* desta feição é de aproximadamente 15% da cota média do refletor no domínio do tempo, ou aproximadamente de 0,2 ms, e o comprimento horizontal desta feição é de aproximadamente 12,5 km. A profundidade estimada para o relevo do embasamento é de aproximadamente 4,5 km. Este valor é apresentado por Cunha (2012) através da conversão em profundidade dos dados migrados da linha sísmica 0295_0007 (não mostrada).

Modelo Simulado

Simulamos relevos do embasamento em forma de caixa com bordas abruptas e verticais, com a porção mais profunda em forma senoidal dada pela equação 8. Selecionamos valores para número de onda *f* de 1 a 10, com incremento de 1, para a semi-amplitude *a* de 0,5 a 1,5 km, com incremento de 0,5 km e para a profundidade média z_m de 4,0 a 5,5 km, com incremento de 0,5 km.

Utilizamos os dados de perfil de densidade para estimar os valores de α e $\Delta \rho_0$ e obtivemos $-0.59 \ g/cm^3$ e $0.003 \ g/cm^3. km$, respectivamente.

Discretizamos uma região de $50 \times 50 \ km$ nas direções horizontais x e y respectivamente em prismas retangulares justaposto com dimensões horizontais de $1 \ km$. Note que com dimensão horizontal de $50 \ km$ o número de onda de valor igual a 2 corresponde a semisenoides de $12,5 \ km$ de comprimento, que se aproxima do comprimento da feição selecionada na região X da seção sísmica.

Resultados

Utilizamos a metodologia apresentada na Análise do Problema inverso e plotamos gráficos da frequência espacial *f* versus ajuste ϕ^g (equação 4).

Note que na Figura 10 todas as curvas apresentam um máximo do ajuste que caracteriza o menor volume para estimação efetiva de feições do relevo do embasamento. Estes pontos de máximo são, em todos os casos, associados a números de ondas f maiores que 2. Portanto a feição de interesse pode ser efetivamente recuperada via inversão gravimétrica com espaçamento entre as observações e demais parâmetros selecionados.



Figura 10: Gráfico número de ondas *f* versus ajuste ϕ^g para a simulação da geologia da Bacia do Parnaíba com 50 × 50 primas, com dimensão horizontal de 1 *km*. Cada gráfico corresponde a distintas profundidades médias (z_m) e as curvas plotadas correspondem a diferentes semi-amplitudes (*a*).

Conclusões

Caracterizamos numericamente a ambiguidade envolvida na relação fonte sinal gravimétrico uma vez que diferentes distribuições de densidade podem reproduzir, para um mesmo volume, praticamente o mesmo sinal gravimétrico. Simultaneamente caracterizamos numericamente que o grau de ambiguidade é indistinto quanto à geometria utilizada para a fonte.

Apresentamos um método para caracterizar numericamente a eficácia da inversão gravimétrica regularizada na recuperação de feições geológicas de certa profundidade e volume. Este método baseia-se numa curva $f \times \phi^g$ sendo f o número de ocorrência de oscilações senoidais do relevo e ϕ^g é a medida de ajuste entre os dados simulados e ajustados. Esta curva é construída considerando-se diferentes profundidades e volumes das feições. Para uma determinada profundidade, o ponto anterior ao ponto de máximo desta curva marca o menor volume da feição geológica que é capaz de ser efetivamente estimado pela inversão gravimétrica regularizada. O ponto de máximo marca o menor volume que permite a estimativa dos contornos horizontais de uma feição.

Aplicamos esta análise a um modelo aproximado da geologia da Bacia do Parnaíba, construído a partir de dados reais de sísmica e de poço, e caracterizamos numericamente qual o menor volume de uma feição do relevo daquele embasamento é recuperável via inversão gravimétrica regularizada.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do curso de graduação em Geofísica da UFPA dos programas de pós-graduação em Geofísica do ON e UFPA. E.T.F. agradece o apoio financeiro da FAPESPA através do programa PIAD/PIBIC. C.M.M. agradece o apoio financeiro do CNPq / INCT-GP (processo 573890/2008-0). V.F.C.B. agradece o apoio financeiro recebido do CNPq via bolsa de pesquisa.

Referências

BACKUS, G. E.; GILBERT F. The resolving power of gross earth data. *Geophys. J. R. Astron Soc.*, v. 16, p. 169 – 205. 1968

BACKUS, G. E.; GILBERT F. Uniqueness in the inversion of inaccurate gross Earth data. *Philos. Trans Roy Soc.*, v. 266, p. 123 – 192. 1970

CHAKRAVARTHI, V.; RAGHURAM, H. M.; SINGH, S. B. 3D forward gravity modeling of density interfaces above which the density contrast varies continuously with depth. *Computers & Geosciences*, v. 28, p. 53–57. 2002.

CUNHA, A. R. A. Conversão em profundidade de dados migrados em tempo da Bacia do Parnaíba. 2012. 101f. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação em geofísica) – UFPA, Faculdade de Geofísica, Belém, 2012.

GREEN, W. R. Inversion of gravity profiles by use of a Backus-Gilbert approach. *Geophysics*, v. 40, p. 763 – 772. 1975.

LI, X. Vertical resolution: Gravity versus vertical gravity gradient. *Fugro-LCT*, 2001.

PINHEIRO, A. G. Interpretação sísmica 2D e modelagem geológica 2,5D da Bacia do Parnaíba. 2011. 87f. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação em geofísica) – UFPA, Faculdade de Geofísica, Belém, 2011.

RAO, V.; CHAKRAVARTHI, C. V.; RAJU, M. L. Forward modelling: Gravity anomalies of two-dimensional bodies of arbitrary shape with hyperbolic and parabolic density functions. *Computers and Geosciences*, v. 20, p. 873–880. 1994.

SILVA, J. B. C.; OLIVEIRA A. S.; BARBOSA V. C. F. Gravity inversion of 2D basement relief using entropic regularization. *Geophysics*, v. 75, p. 129 – 135. 2010.

TIKHONOV, A. N.; ARSENIN, V. Y. Solutions of ill-posed problems, *W. H. Winston & Sons.* 1977.